



# Terminologia, e Criteri di Misurazione e Calcolo

nella disciplina del

# TIRO CON L'ARCO



MANUALE GUIDA PER LA FORMAZIONE DEGLI ISTRUTTORI NAZIONALI ASC ARCHERY  
(PRIMO LIVELLO)

## DEFINIZIONI E UNITA' DI MISURA

### ➤ **Allungo** (mm)

Draw Length (in)

E' lo stato di tensione dell'arco espresso mediante la misura di quanto la corda viene allontanata dall'impugnatura.

### ➤ **Allungo AMO** (mm)

AMO Draw Length (in)

E' il criterio di misura dettato dalle norme AMO per cui l'allungo viene misurato dal punto d'incocco al punto di perno dell'impugnatura sommando un valore costante di 44 mm (1 3/4 pollici). Questo criterio AMO ha sostituito quello precedente (che misurava l'allungo dal punto d'incocco al punto in cui la freccia sporge dal corpo dell'arco) giustamente contestato perché sommava una misura che dipende dallo sbraccio dell'arciere ad un'altra che dipende dal disegno dell'arco, perdendo quindi di significato.

### ➤ **Allungo Netto** (mm)

True Draw Length / DLPP (in)

E' il criterio di misura dell'allungo che tiene conto solo dello sbraccio dell'arciere, in quanto consiste nel rilevare la distanza dal punto d'incocco al punto della freccia sovrastante il punto di perno dell'impugnatura, dove normalmente è posto il rest. Questo criterio è riconosciuto anche dalla AMO, che lo denomina con la sigla DLPP (Draw Length from Pivot Point).

### ➤ **Allungo d'Ancoraggio** (mm)

Full Draw Length (in)

E' in generale l'allungo praticato dell'arciere. Per gli archi compound correttamente regolati, è l'allungo corrispondente al carico di valle. L'allungo d'ancoraggio "netto" corrisponde alla misura dello sbraccio dell'arciere.

### ➤ **Altezza della Corda** (mm)

Brace Height (in)

E' la distanza tra la corda e il punto di perno dell'impugnatura, misurata quando l'arco è scarico. L'altezza della corda corrisponde quindi all'allungo netto quando il carico di trazione è nullo.

### ➤ **Apertura dell'Arco** (mm)

Bow Length at Braced Condition (in)

Per un arco tradizionale equivale alla lunghezza della corda. Per un arco compound è la distanza tra gli assi delle carrucole.

### ➤ **Carico di Trazione** (lb)

Draw Force / Draw Weight (lb)

E' la misura della trazione necessaria per tendere l'arco ad un determinato allungo. E' una misura di forza che gli arcieri esprimono tradizionalmente in libbre.

### ➤ **Carico d'Ancoraggio** (lb)

Full Draw Force (lb)

E' la forza esercitata per tendere l'arco all'allungo d'ancoraggio. Per un arco compound deve corrispondere al carico di valle.

### ➤ **Carico di Picco** (lb)

Peak Draw Force (lb)

E' il carico di spunto che si deve superare per tendere un arco compound. Per questo tipo di arco il carico di picco ne definisce il libbraggio.

### ➤ **Carico di Valle** (lb)

Valley Draw Force (lb)

E' il carico ridotto che un arco compound presenta a fine trazione. Corrisponde al suo carico d'ancoraggio.

### ➤ **Diagramma di Trazione**

Force Draw Curve

E' un grafico che mostra il variare del carico di trazione e dell'energia accumulata in funzione dell'allungo. Il diagramma di trazione fornisce una specie di carta d'identità dell'arco, utile per avere informazioni circa le sue prestazioni e il suo stato di regolazione

### ➤ **Diagramma di Velocità**

### Mass Velocity Curve

E' un grafico che mostra, in funzione del peso della freccia, il variare della sua velocità e del rendimento dell'arco. Il diagramma di velocità fornisce le informazioni utili per valutare le prestazioni dell'arco e scegliere la freccia ottimale da utilizzare.

### ✦ **Energia Accumulata** (J)

Stored Energy (ft.lb)

E' il lavoro speso dall'arciere per tendere l'arco fino ad un determinato allungo d'ancoraggio e costituisce quindi l'energia potenzialmente disponibile per scagliare la freccia.

### ✦ **Energia Cinetica** (J)

Kinetic Energy (ft.lb)

E' in genere riferita alla energia presente in una freccia in movimento, calcolabile in funzione della sua massa e della sua velocità.

### ✦ **Let-Off** (%)

Let-Off (%)

Detta anche Riduzione del Carico, è per gli archi compound la percentuale della differenza tra il carico di picco e quello di valle rapportata al carico di picco.

### ✦ **Libbraggio** (lb)

AMO Bow Weight (lb)

Per gli archi classici è il carico d'ancoraggio rilevato all'allungo AMO di 28 pollici. Per gli archi compound viene generalmente indicato un campo di variabilità che corrisponde al carico di picco minimo e massimo ottenibile con la regolazione dei flettenti.

### ✦ **Lunghezza dell'Arco** (mm)

Bow Length (in)

E' una misura indicativa dell'ingombro dell'arco allentato. Secondo le norme AMO la lunghezza di un arco tradizionale viene definita dalla lunghezza della sua corda appropriata, aumentata di 3 pollici.

### ✦ **Lunghezza della Corda** (mm)

String Length(in)

Per un arco classico equivale all'apertura dell'arco. Per un arco compound ad eccentrici si intende normalmente la lunghezza della corda misurata ai punti di attacco alle ancorette dei cavi.

### ✦ **Lunghezza della Freccia** (mm)

Arrow Length (in)

E' la lunghezza misurata dall'incavo della cocca all'estremità dell'asta. Il tipo di punta montata sulla freccia non incide quindi sulla determinazione della lunghezza.

### ✦ **Massa Virtuale** (g)

Virtual Mass (gr)

E' una misura indiretta dell'energia dispersa dall'arco; più precisamente è la massa che muovendosi alla velocità della freccia avrebbe un'energia cinetica uguale a quella dei flettenti e della corda in movimento.

### ✦ **Peso dell'Arco** (kg)

Bow Mass Weight (lb)

Si riferisce al peso dell'arco "nudo": include quindi il peso della corda ed esclude quello del mirino o di altri accessori opzionali. E' una misura di massa.

### ✦ **Peso della Freccia** (g)

Arrow Mass Weight (gr)

Si riferisce al peso della freccia completa di tutte le sue parti, punta inclusa. E' una misura di massa.

### ✦ **Perdite per Attrito** (%)

Static Hysteresis (%)

E' la misura dell'energia dispersa per gli attriti interni degli archi compound, rapportata al totale dell'energia accumulata. Questa energia, misurata con una prova statica, risulta sopravvalutata rispetto a quella in realtà dispersa dall'arco in movimento.

### ✦ **Rapporto Energia/Carico** (J/N)

Energy Store Ratio (ft.lb/lb)

E' un indice frequentemente impiegato per valutare la buona qualità di un arco e si ottiene dividendo l'energia accumulata per il carico d'ancoraggio se si tratta di un arco classico, oppure per il carico di picco se si tratta di un arco compound. Il rapporto energia/carico viene anche chiamato: efficienza.

✦ **Rendimento dell'Arco (%)**

Efficiency (%)

E' il rapporto tra l'energia cinetica della freccia e l'energia accumulata dall'arco. Viene normalmente espresso in percentuale e varia per ogni arco in funzione del peso della freccia.

✦ **Rendimento Normale (%)**

AMO Rating Efficiency (%)

E' il rendimento dell'arco rilevato nelle condizioni standard definite dalla AMO per la misurazione della Velocità Normale.

✦ **Spine**

Spine

E' una misura della flessibilità della freccia, espressa misurando in millesimi di pollice la flessione che la freccia subisce quando viene appoggiata a mezzo pollice dalle estremità e caricata al centro con la forza di 2 libbre. Poiché è una misura empirica lo spine può essere considerato come un indice adimensionale.

✦ **Velocità della Freccia (m/s)**

Arrow Velocity (ft/sec)

In mancanza di altre indicazioni denota la velocità della freccia, rilevata nel momento in cui è interamente uscita dall'arco.

✦ **Velocità Normale (m/s)**

AMO Rating Velocity (ft)

E' la misura della velocità alla quale un determinato arco è in grado di scagliare una freccia nelle condizioni standard AMO: 60 libbre di carico d'ancoraggio (o di Picco, per gli archi compound); 30 pollici di allungo AMO; 540 grani di peso della freccia.

---

## CONVERSIONI

✦ **Misure di Lunghezza:**

1 metro (m) = 3.2808 piedi (ft) = 39.37 pollici (in)

1 iarda (yd) = 0.9144 metri (m) = 3 piedi (ft)

1 piede (ft) = 0.3048 metri (m) = 12 pollici (in)

1 pollice (in) = 25.399 millimetri (mm)

✦ **Misure di Massa:**

1 kilogrammo (kg) = 2.2046 libbre (lb) = 35.27 once (oz)

1 grammo (g) = 15.432 grani (gr)

1 libbra (lb) = 0.4536 kilogrammi (kg) = 16 once (oz)

1 grano (gr) = 0.0648 grammi (g)

✦ **Misure di Forza:**

1 newton (N) = 0.2247 libbre (lb) = 0.1019 kg forza

1 libbra (lb) = 4.4497 newton (N)

✦ **Misure di Velocità:**

1 metro al secondo (m/s) = 3.6 chilometri all'ora (km/h)

1 metro al secondo (m/s) = 3.281 piedi al secondo (fps)

1 piede al secondo (fps) = 0.305 metri al secondo (m/s)

✦ **Misure di Energia:**

1 joule (J) = 0.7371 libbre per piede (ft.lbs)

1 joule (J) = 0.1019 kilogrammetri (kgm)

1 libbra per piede (ft.lbs) = 1.3563 joule (J)

## PROCEDURA PER IL COLLAUDO STRUMENTALE DEGLI ARCHI

( Pubblicato su *Arcieri* - ottobre 1990 con il titolo "Proposta di collaudo strumentale degli archi - parte prima" )

■ **Questa proposta di normativa - utile per confrontare la qualità degli archi e l'accuratezza della loro messa a punto - è stata redatta tenendo conto dell'evoluzione in atto nelle direttive AMO.**

Le parole riportate in **grassetto** nel corso del testo sono quelle il cui significato è definito nella pagina precedente dedicata a *Termini & Misure*

## **1 - PREMESSE**

1.1 - La AMO (Archery Manufacturers Organization) ha stabilito che la determinazione della **Velocità Normale** degli archi debba essere eseguita alle seguenti condizioni standard:

- 60 libbre di Carico di Picco (per gli archi compound tipicamente dotati di Let-Off) o di Carico d'Ancoraggio (per gli archi tradizionali).
- 30 pollici di Allungo AMO pari a 28 ¼ pollici (cioè 717 mm) di Allungo Netto.
- 540 grani (cioè 35 grammi) di Peso della Freccia.

1.2 - La seguente procedura tiene conto delle specifiche AMO e ricalca le norme definite nel 1981 da Norbert F. Mullaney per conto della stessa AMO, con l'integrazione di altri criteri che di fatto costituiscono uno standard largamente riconosciuto.

1.3 - Le unità di misura adottate sono quelle del sistema metrico, con la sola esclusione dei carichi di trazione che vengono espressi in libbre rispettando una tradizione diffusa e tollerabile. L'uso di altre unità di misura anglosassoni è invece escluso perché contrario alla normativa tecnica europea.

## **2 - SCOPO**

Lo scopo di questa procedura è limitato alla certificazione delle prestazioni dell'arco in condizioni standard di riferimento. Ciò non comporta quindi altre valutazioni dal punto di vista tecnico-strutturale che possano garantire l'adeguatezza all'uso a cui l'arco è destinato, o la sua potenziale precisione di tiro, o la sua sicurezza funzionale, o altri attributi oltre a quello stabilito.

## **3 - PREPARAZIONE DEI MATERIALI**

### **3.1 - Preparazione dell'Arco:**

3.1.1 - Montare un rest e un bottone ammortizzatore che rispondano alle normali esigenze di funzionalità dell'arco da collaudare, impiegando di preferenza ammortizzatori incassati e rest del tipo flipper a filo. Se la necessaria foratura non è presente sull'arco, si può installare il rest da solo purché sia dotato di un supporto laterale flessibile.

3.1.2 - Per la misura delle prestazioni standard non possono essere montati rest o ammortizzatori particolari (p.e. accorciatori d'allungo) o altri accessori supplementari (p.e. faretre, mirini o stabilizzatori) che possono alterare il comportamento dell'arco e la comparabilità dei risultati.

3.1.3 - Lubrificare se occorre le carrucole degli archi compound.

3.1.4 - Per gli archi compound generalmente dotati di **Let-Off** e **Libbraggio** regolabili, aggiustare con precisione il Carico di Picco al valore di 60 libbre regolando le carrucole e i cavi in modo che il Carico di Valle abbia un valore contenuto tra 28 e 32 libbre e coincida con l'**Allungo Netto** di 717 mm.

3.1.5 - Gli archi tradizionali non predisposti per la regolazione del Libbraggio possono essere collaudati ai fini della determinazione della **Velocità Normale**, solo se il **Carico d'Ancoraggio** all'**Allungo Netto** di 717 mm è compreso tra 60 e 65 libbre, correggendo quindi i valori della velocità con la procedura descritta al punto 5.1.2.

3.1.6 - Posizionare il punto d'incocco e regolare il bottone ammortizzatore in funzione della freccia definita nei punti 3.2 e del tiro con sgancio meccanico previsto al punto 5.1.2.

3.1.7 - Effettuare un numero di tiri sufficiente per ottenere un buon assestamento dell'arco e quindi verificare, ed eventualmente correggere, la sua regolazione.

### **3.2 - Preparazione della Freccia:**

3.2.1 - La freccia da utilizzare per la prova deve pesare 35 grammi ed essere adatta alle condizioni di tiro.

3.2.2 - Per quanto riguarda il peso della freccia, occorre tenere presente che uno scostamento del 1% dal peso prescritto comporta un errore di misura della velocità dell'ordine dello 0.5%, correggibile con i criteri descritti al punto 5.2.1.

3.2.3 - Per quanto riguarda l'adattamento della freccia alle condizioni di tiro, occorre tenere presente che uno **Spine** inadeguato o un errore di impennaggio può ridurre la velocità del 3% e oltre. Altrettanto può essere causato da una cattiva esecuzione della regolazione prescritta al punto 3.1.6.

3.2.4 - E' preferibile che la freccia sia preparata con un'asta d'alluminio, un inserto per punte a vite e un impennaggio diritto in penne naturali. L'uso di aste d'alluminio e di punte intercambiabili semplifica il compito di ottenere i voluti valori di **Spine** e di **Peso della Freccia**. L'uso delle penne naturali riduce le conseguenze di eventuali interferenze con il rest.

## 4 - PROVA STATICA

### 4.1 - **Attrezzatura e Misurazioni:**

4.1.1 - Non potendo disporre di un'attrezzatura omologata, si deve utilizzare un dinamometro di precisione in grado di dare letture con un errore massimo di 50 grammi. Lo strumento e il sistema di collegamento all'arco devono essere privi di attriti interni che possano alterare le letture se lo stesso carico viene raggiunto aumentando o diminuendo la trazione.

4.1.2 - Utilizzare per la trazione un paranco o un verricello in grado di essere bloccati senza causare contraccolpi sullo strumento.

4.1.3 - Montare, al posto della freccia, un'asta graduata e fissare sul corpo dell'arco una guida con una tacca di riferimento in modo tale da leggere con precisione valori d'allungo congrui con i criteri di misurazione dell'**Allungo Netto**.

4.1.4 - Posizionare l'arco e avviare la trazione registrando i valori di carico indicati dal dinamometro in corrispondenza di valori d'allungo progressivamente incrementati di un valore costante (non superiore a 25 mm) a partire dalla posizione di riposo, in cui l'allungo corrisponde all'**Altezza della Corda**, fino a un **Allungo d'Ancoraggio** uguale o superiore ai 717 mm prescritti.

4.1.5 - Per gli archi compound porre particolare attenzione affinché le letture siano tutte eseguite quando il carico viene raggiunto incrementando l'allungo. Per questi archi è inoltre necessario registrare nuovamente tutte le letture procedendo in senso inverso, riducendo cioè l'allungo, per rilevare le differenze determinate dagli attriti interni dei sistemi di carrucole e leve di cui sono dotati.

### 4.2 - **Calcoli e Documentazione:**

4.2.1 - Calcolare per ogni dato di carico il valore corrispondente di **Energia Accumulata** usando la seguente formula, in cui  $T_r$  e  $T_{r-1}$  indicano generiche coppie di valori di carico lette in successione.

$$W_n = 0.0022249 \cdot \sum^n ((T_r + T_{r-1}) \cdot \delta)$$

dove:

$W_n$  = energia accumulata fino al dato ennesimo (J)

$\sum^n$  operatore di sommatoria fino al dato ennesimo

$T$  = valore del carico (lb)

$\delta$  = incremento dell'allungo (mm)

4.2.2 - Calcolare, per gli archi compound, la percentuale delle **Perdite per Attrito** con la formula seguente, in cui  $T_r$  e  $T_{r-1}$  e similmente  $S_r$  e  $S_{r-1}$  hanno lo stesso significato descritto al punto precedente.

$$W_p = 0.22249 \cdot (\sum^a ((T_r + T_{r-1}) - (S_r + S_{r-1})) \cdot \delta) / W_a$$

dove:

$W_p$  = perdita per attrito fino all'allungo d'ancoraggio (%)

$\sum^a$  operatore di sommatoria fino all'allungo d'ancoraggio

$T$  = valore del carico misurato aumentando l'allungo (lb)

$S$  = valore del carico misurato riducendo l'allungo (lb)

$\delta$  = incremento dell'allungo (mm)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (lb)

4.2.3 - Calcolare il valore dell'**Rapporto Energia/Carico** con la seguente formula:

$$E = 0.2247 \cdot W_a / T_a$$

dove:

$E$  = rapporto energia/carico (J/N)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

$T_a$  = carico di picco o carico d'ancoraggio (lb)

4.2.4 - Compilare una tabella (vedi Allegato 1A) con tutti i valori di carico rilevati e di energia calcolata, aggiungendo i seguenti dati riassuntivi di riferimento:

- ✦ **Altezza della Corda** (mm)
- ✦ **Apertura dell'Arco** (mm)
- ✦ **Peso dell'Arco** (kg)
- ✦ **Allungo d'Ancoraggio** (mm)
- ✦ **Carico d'Ancoraggio** (lb)
- ✦ **Carico di Picco** (solo per gli archi compound) (lb)
- ✦ **Let-Off** (solo per gli archi compound) (%)
- ✦ **Energia Accumulata** (J)
- ✦ **Rapporto Energia/Carico** (J/N)
- ✦ **Perdite per Attrito** (solo per gli archi compound) (%)

Per la determinazione della **Velocità Normale** il valore dell'**Allungo d'Ancoraggio** é ovviamente uguale a 717 mm.

4.2.5 - Tracciare un diagramma (vedi Allegato 1B) che mostra la variazione del carico e dell'energia in funzione dell'allungo e completare la documentazione con i necessari dati di riferimento:

- ✦ data e numero del collaudo
- ✦ committente
- ✦ tipo e marca dell'arco
- ✦ descrizione della corda, rest e ammortizzatore usati
- ✦ altre eventuali note significative.

## 5 - PROVA DINAMICA

### 5.1 - **Attrezzatura e Misurazioni:**

5.1.1 - Per garantire la costanza delle condizioni di prova, la misura delle velocità deve essere effettuata azionando l'arco con una macchina di tiro.

5.1.2 - Non potendo disporre di una attrezzatura omologata si deve allestire una struttura in grado di:

- ✦ trattenere saldamente l'arco per l'impugnatura senza impedire la sua libertà di rotazione sul piano verticale.
- ✦ impiegare uno sgancio meccanico del tipo usato dagli arcieri della categoria Stile Illimitato.

- ✳️ consentire una regolazione dell'allungo con una tolleranza contenuta in più o meno 1 mm.
- ✳️ non trasmettere le vibrazioni dello sgancio meccanico al supporto dell'arco.

5.1.3 - Predisporre le barriere del cronografo tenendo presente che la freccia raggiunge la sua piena velocità solo quando è interamente uscita dall'arco, e subisce un rallentamento dell'ordine del 1% nei primi 10 metri di corsa. Le barriere con azionamento fotoelettrico devono essere installate seguendo le istruzioni del costruttore. Le barriere con azionamento meccanico sono accettabili solo quando non alterano la velocità della freccia.

5.1.4 - Montare l'arco nella macchina di tiro e posizionare accuratamente lo sgancio meccanico in modo da ottenere un **Allungo Netto** di 717 mm. Effettuare una serie di cinque tiri e calcolare il valore medio delle letture di velocità. La prova può essere ritenuta attendibile se almeno quattro delle cinque letture si scostano dalla media per valori inferiori ai 2 metri al secondo. In caso contrario la serie deve essere ripetuta.

## 5.2 - **Calcoli e Documentazione:**

5.2.1 - Quando il Peso della Freccia di prova si scosta dal valore prescritto, correggere la misura della velocità con il seguente criterio:

$$V_n = [ W_a / ( ( M_f - M ) / 1000 + W_a / V^2 ) ]^{1/2}$$

dove:

$V_n$  = velocità normale corretta (m/s)  
 $W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)  
 $M$  = peso della freccia prescritto = 35 (g)  
 $M_f$  = peso della freccia effettivamente riscontrato (g)  
 $V$  = media delle velocità effettivamente registrate (m/s)

5.2.2 - Quando il **Carico di Picco** o il **Carico d'Ancoraggio** si scostano dal valore prescritto, correggere la misura della velocità il seguente criterio:

$$V_n = V \cdot [ T_a / T ]^{1/2}$$

dove:

$V_n$  = velocità normale corretta (m/s)  
 $V$  = media delle velocità effettivamente registrate (m/s)  
 $T_a$  = carico di trazione prescritto = 60 (lb)  
 $T$  = carico di trazione effettivamente riscontrato (lb)

5.2.3 - Calcolare l'**Energia Cinetica** della Freccia con la formula seguente:

$$W_f = M \cdot V^2 / 2000$$

dove:

$W_f$  = Energia cinetica della freccia (J)  
 $M$  = Peso della Freccia effettivamente riscontrato (g)  
 $V$  = media delle velocità effettivamente riscontrate (m/s)

5.2.4 - Calcolare il **Rendimento Normale** dell'arco con la formula seguente:

$$R_n = 100 \cdot W_f / W_a$$

dove:

$R_n$  = rendimento normale (%)  
 $W_f$  = energia cinetica della freccia (J)  
 $W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

5.2.5 - Riportare i dati di :

- ✳️ **Velocità Normale** (m/s)

### ➤ **Rendimento Normale (%)**

al documento descritto al punto 4.2.4 aggiungendo anche una descrizione della freccia di prova utilizzata.

## 6 - ALTRE PROVE

### 6.1 - *Prove per problemi specifici:*

6.1.1 - Il collaudo strumentale non risponde solo al quesito commerciale di sintetizzare la prestazione dell'arco con la misura standard della sua **Velocità Normale**, ma può anche essere richiesto dall'arciere che lo possiede per risolvere alcuni problemi pratici di scelta e verifica dell'attrezzatura, come:

- il controllo del **Carico di Picco**, o del **Carico d'Ancoraggio** in rapporto alle prescrizioni previste da alcuni regolamenti di gara.
- la verifica che il **Carico di Valle** corrisponda ad un allungo congruo con l'**Allungo d'Ancoraggio** dell'arciere.
- la scelta della **Lunghezza della Corda** ottimale per le prestazioni di un arco tradizionale.
- la scelta della freccia in grado di dare i migliori risultati complessivi.

6.1.2 - In questi casi l'arco viene collaudato con i parametri di regolazione voluti dal committente, che possono essere quindi diversi da quelli standard. Per meglio rilevare le prestazioni globali del sistema arco-arciere, può essere inoltre opportuno che la prova dinamica sia eseguita senza ricorrere alla macchina di tiro.

### 6.2 - *Prova Dinamica Estesa:*

6.2.1 - Per valutare le prestazioni di un arco si usa talvolta sostituire la determinazione della **Velocità Normale** con quella della **Massa Virtuale** dell'arco. La procedura è in tal caso quella descritta nei punti seguenti.

6.2.2 - Preparare, con i criteri descritti nei punti 3.2. almeno 5 frecce con pesi diversi che coprano approssimativamente il campo compreso tra 25 e 40 grammi.

6.2.3 - Posizionare l'arco nella macchina di tiro ed eseguire per ogni freccia la misurazione della velocità secondo quanto è descritto nei punti 5.

6.2.4 - Calcolare per ogni freccia la **Massa Virtuale** risultante con la seguente formula:

$$M_v = M_f \cdot \frac{W_a - W_f}{W_f}$$

dove:

$M_v$  = massa virtuale dell'arco (g)

$M_f$  = peso della freccia (g)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

$W_f$  = energia cinetica della freccia (J)

Se l'arco ha un comportamento abbastanza costante e la prova è stata correttamente eseguita, si troverà che i valori della **Massa Virtuale** saranno sufficientemente simili e potrà essere calcolato un loro valore medio significativo.

6.2.5 - Compilare una tabella (vedi Allegato 1C) con tutti i valori di velocità rilevata e di rendimento e massa virtuale calcolati, aggiungendo la descrizione delle frecce usate e i seguenti dati riassuntivi:

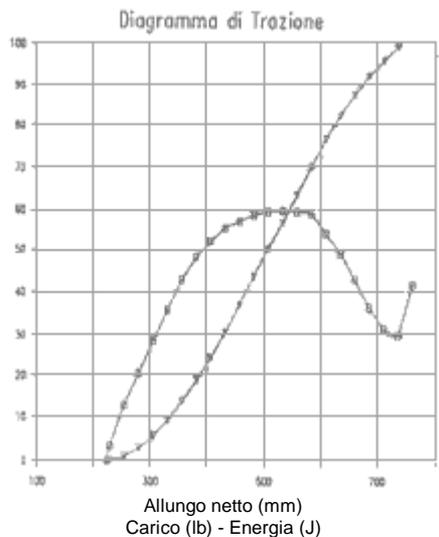
- **Allungo d'Ancoraggio** (mm)
- **Energia Accumulata** (J)
- **Massa Virtuale Media** (g)

6.2.6 - Tracciare il diagramma (vedi Allegato 1D) che mostri i valori della velocità rilevata e del rendimento calcolato per ogni freccia in funzione del peso, sovrapponendo le curve teoriche calcolate in base al valore medio della **Massa Virtuale**.

## Procedure per il Collaudo Strumentale degli Archi ALLEGATO 1A

TEST DI TRAZIONE				OL0021DI	
ARCO		»»	Big Game Express n.600192		
CATEGORIA		»»	Compond a Camme 55÷70 @ 30"		
COMMITTENTE		»»	Damage Inc.		
Allungo netto		Carico		Energia	
in	mm	lb	N	ft.lbs	J
8,8	224	0,0	0	0,0	0,0
9,0	229	3,3	15	0,0	0,0
10,0	254	12,8	57	0,7	0,9
11,0	279	20,5	91	2,1	2,8
12,0	305	28,5	127	4,1	5,6
13,0	330	35,9	160	6,8	9,2
14,0	356	42,8	190	10,1	13,7
15,0	381	48,1	214	13,9	18,8
16,0	406	52,1	232	18,1	24,5
17,0	432	55,6	247	22,5	30,6
18,0	457	57,4	255	27,2	37,0
19,0	483	58,9	262	32,1	43,5
20,0	508	59,7	266	37,0	50,2
21,0	533	60,0	267	42,0	57,0
22,0	559	59,7	266	47,0	63,8
23,0	584	59,3	264	52,0	70,5
24,0	610	54,3	242	56,7	76,9
25,0	635	49,2	219	61,0	82,8
26,0	660	42,8	190	64,8	88,0
27,0	686	36,5	162	68,2	92,4
28,0	711	31,5	140	71,0	96,3
28,2	717	31,2	139	71,6	97,1
29,0	737	31,7	141	73,6	99,9
30,0	762	41,7	186	76,7	104,0
altezza della corda				mm	224
apertura dell'arco				mm	1030
peso dell'arco				kg	2,24
allungo d'ancoraggio				mm	717
carico d'ancoraggio				lb	31,2
carico di picco				lb	60,0
riduzione del carico				%	48,0
energia accumulata				J	97,1
perdita per attrito				%	8,7
rapporto energia/carico				J/N	0,36
velocità normale				m/s	66,3

rendimento normale % 79,2

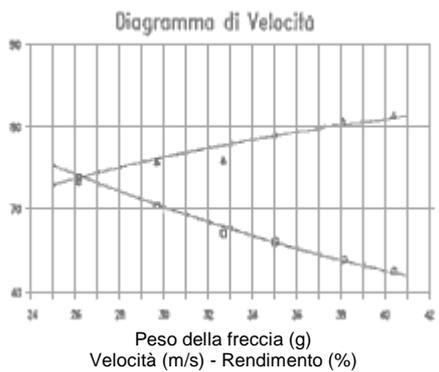


**Procedure per il Collaudo Strumentale degli Archi ALLEGATO 1B**

TEST DI VELOCITA' OL0021DI

ARCO	»»	Big Game Express n.600192							
CATEGORIA	»»	Compound a Camme 55÷70 @ 30"							
COMMITTENTE	»»	Damage Inc.							
Freccia		Peso		Velocità		Energia		Rendim.	Massa V.
asta	mm	gr	g	fps	m/s	ft.lb	J	%	g
2213	760	408	26,4	243	74,1	53,5	72,5	74,7	9,0
2215	790	460	29,8	232	70,7	55,0	74,6	76,8	9,0
2115	790	510	33,0	220	67,0	54,6	74,1	76,3	10,2
2117	770	540	35,0	218	66,3	56,7	76,9	79,2	9,2
2217	800	584	37,8	211	64,2	57,5	78,0	80,3	9,3
2219	820	636	41,2	203	62,0	58,3	79,2	81,5	9,3
altezza della corda						mm		224	
apertura dell'arco						mm		1030	
peso dell'arco						kg		2,24	

Nota: La freccia 2115/787 è stata esclusa dal calcolo della massa virtuale media perché ha dato un risultato anomalo.



## UN MODELLO MATEMATICO PER GLI ARCHI TRADIZIONALI

( Pubblicato su *Arcieri* - aprile 1990 con il titolo "Prestazioni: il test di trazione" )

**La simulazione matematica consente interessanti interpretazioni circa il comportamento statico di un arco sottoposto a trazione, valutandone le prestazioni in funzione delle sue forme e dimensioni.**

E' stato detto che per documentare le prestazioni di un arco si ricorre al cosiddetto **test di trazione** che consente di tracciare su un diagramma, il progressivo variare dello sforzo che un arciero esercita nel tendere quell'arco. Sempre più questi diagrammi trovano spazio sulle riviste d'arcieria.

In genere questa misurazione è accompagnata da un **test di velocità**, in quanto il primo permette di misurare l'**energia accumulata** dall'arco quando è teso all'allungo d'ancoraggio, mentre il secondo consente di calcolare l'**energia cinetica** della freccia all'uscita dall'arco. Il rapporto tra le due misure di energia esprime quindi il **rendimento** ottenuto per quell'abbinamento di arco e freccia.

Il test di trazione, senza il complementare **test di velocità**, sembrerebbe quindi privo di ogni interesse. Eppure dalle esperienze che abbiamo condotto con un dinamometro di precisione, raccogliendo una considerevole quantità di dati, ci siamo convinti che il test di trazione può fornire, anche da solo, notizie importanti per dare un giudizio sulla progettazione e sulla regolazione di un arco.

Allo scopo di migliorare le nostre conoscenze teoriche necessarie a interpretare i dati sperimentali, ci siamo proposti di definire un modello matematico che ci permettesse di simulare, con l'aiuto di un computer, il comportamento statico di un arco sottoposto a trazione. Abbiamo così portato a termine uno studio che riprende e sviluppa alcuni concetti fisico-matematici la cui formulazione risale a una nota pubblicazione fatta da C. N. Hickman nel 1937 con il titolo "The Dynamics of Bow and Arrow".

Le argomentazioni che seguono danno un sunto dei passi principali di quello studio, con l'attenzione di ridurre allo stretto necessario il volume degli algoritmi matematici.

### IL MODELLO

Il modello che abbiamo utilizzato si limita a considerare il caso degli archi tradizionali, cioè long-bow e ricurvi, escludendo quindi gli archi moderni azionati da complessi sistemi di carrucole eccentriche o leve. Tale modello riduce l'arco a una struttura costituita da due elementi rigidi (flettenti "virtuali") collegati a cerniera su un elemento centrale (corpo o riser "virtuale"), ipotizzando che la forza che si oppone alla rotazione dei flettenti sia una funzione lineare del loro angolo rispetto alla posizione ad arco allentato.

Arco teso (carico) - Arco armato (scarico) - Arco allentato

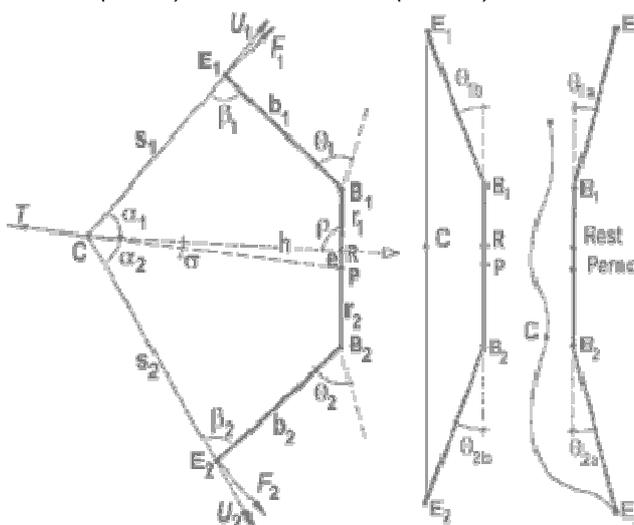


Fig.1 - Schema del modello utilizzato per lo studio del comportamento statico degli archi tradizionali

Come risulta evidente dalla Fig.1, il modello da noi proposto, al contrario di quello di Hickman adatto solo per lo studio dei long-bow, tiene conto della retroversione dei flettenti ad arco allentato, e delle asimmetrie di azionamento tipiche di un arco ricurvo.

Per dimensionare il modello, cioè per definire quali lunghezze dei flettenti e del riser virtuali rappresentano un dato arco reale, si è fatto ricorso al metodo grafico rappresentato nella Fig.2 che rileva lo sviluppo dell'arco allo stato armato e allo stato teso, e quindi individua quali punti della retta passante per il punto di perno dell'impugnatura possono essere considerati come centri di rotazione dei corni dei due flettenti quando passando dalla posizione di **arco armato** alla posizione di **arco teso**.

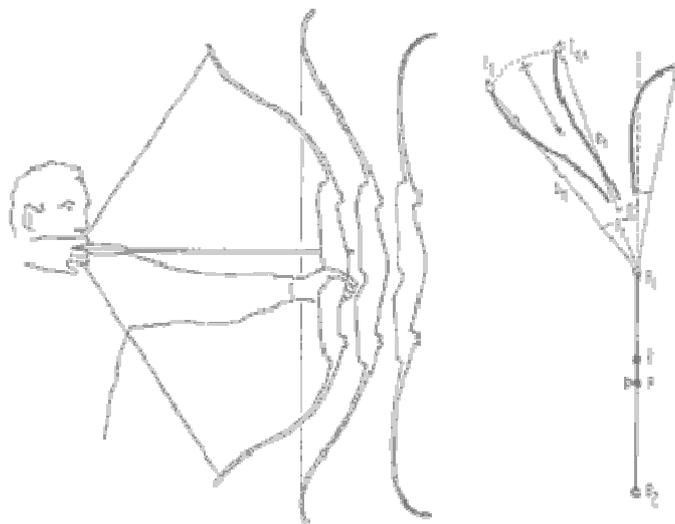


Fig.2 - Schema della determinazione delle lunghezze virtuali dei flettenti e del riser

Le relazioni trigonometriche che definiscono la geometria del modello così costituito sono riportate in appendice, solo per la curiosità di qualche super-appassionato di matematica.

Per continuare, occorre invece definire le equazioni che descrivono le forze in atto quando l'arco è messo in trazione fino alla posizione d'ancoraggio.

• Reazione dei flettenti:

$$F1 = k1 \cdot \theta 1$$

$$F2 = k2 \cdot \theta 2$$

• Tensioni della Corda:

$$U1 = F1 / \beta 1$$

$$U2 = F2 / \beta 2$$

• Carico di Trazione:

$$T = U1 \cdot \cos(\alpha 1 + \sigma) + U2 \cdot \cos(\alpha 2 - \sigma)$$

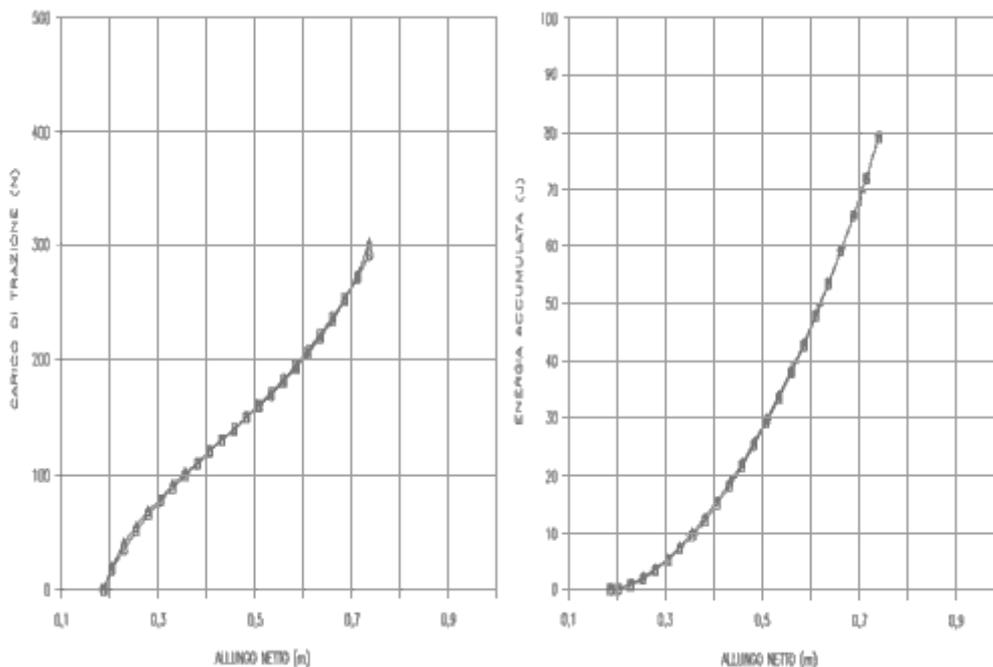
• Energia Accumulata:

$$W = \frac{1}{2} \cdot k1 \cdot b1 \cdot [\theta 1^2 - (\theta 1a + \theta 1b)^2] + \frac{1}{2} \cdot k2 \cdot b2 \cdot [\theta 2^2 - (\theta 2a + \theta 2b)^2]$$

Per verificare la validità del modello, confrontando i risultati di calcolo con dati rilevati sperimentalmente, è stato scelto un arco ricurvo da caccia Samick SHT da 60# 68", le cui dimensioni riferite al modello sono state così valutate:

- lunghezza dei flettenti virtuali    b1 = 0,425 m            b2 = 0,425 m
- lunghezza del riser virtuale        r1 = 0,230 m            r2 = 0,350 m
- lunghezza della corda                s1 = 0,605 m            s2 = 0,739 m
- angolo di retroversione             $\theta 1a = 12^\circ$              $\theta 2a = 12^\circ$
- coefficienti di flessibilità          k1 = 214 N/rad        k2 = 214 N/rad
- distanza tra perno e rest            e = 0.060 m

I valori del coefficiente di flessibilità è stato calcolato tenendo conto dei dati del costruttore che danno un carico di 60 libbre all'allungo di 28 pollici.

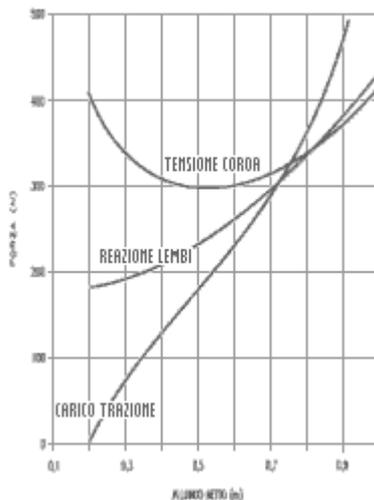


Tav.1 - Verifica della corrispondenza tra modello e realtà

La Tav.1 pone a confronto i dati rilevati e quelli calcolati, relativi al carico di trazione (a sinistra) e alla corrispondente energia accumulata (a destra). Appare evidente che il modello matematico sia in grado di fornire risposte così accurate che i dati calcolati (□) si sovrappongono a quelli rilevati (△) in entrambi i diagrammi. Si può quindi presumere che siano altrettanto vicini alla realtà anche gli altri grafici ottenibili con il modello in condizioni non verificabili con rilievi di laboratorio.

**LE ANALISI**

La Tav.2 mostra il risultato di una simulazione applicata a un long-bow Martin da 60# 58" estendendo l'allungo oltre i limiti sperimentabili nella realtà. E' interessante notare che tendendo l'arco, la tensione alla quale è sollecitata la corda diminuisce fino a un minimo corrispondente a circa 2/3 dell'allungo d'ancoraggio. Sembra un risultato che può variare di molto cambiando l'arco in esame, invece questo ed altri risultati hanno mostrato una costanza considerevole anche cambiando sostanzialmente il tipo di arco, perché evidentemente il loro dimensionamento ricalca criteri di ottimizzazione ormai sperimentati.



Tav.2 - Variazione delle forze che agiscono in un long-bow

Se le proporzioni vanno rispettate, ne consegue che le dimensioni di un arco devono essere adeguate all'allungo dell'arciere a cui è destinato. Questo fatto può essere verificato calcolando ad esempio quali dimensioni massimizzano il rapporto tra l'energia accumulata  $W$  e il carico d'ancoraggio  $T$ , il che significa: la massima velocità della freccia a parità di sforzo dell'arciere. Dai nostri calcoli è risultato, ad esempio, che la lunghezza ottimale di un

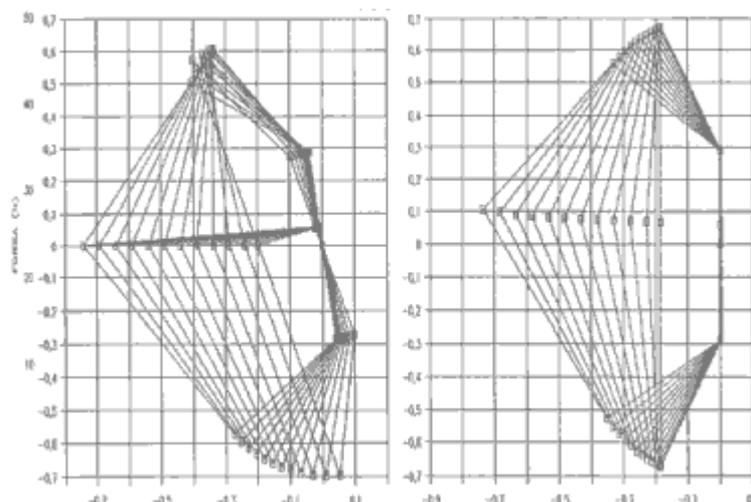
long-bow corrispondente a circa 2,5 volte la misura dell'allungo.

Poiché l'energia accumulata dall'arco è l'integrale del prodotto tra il carico di trazione e l'allungo, tale valore risulta misurato dall'area racchiusa dalla curva disegnata dal test di trazione. Risulta quindi evidente che a parità di altezza della corda, d'allungo e di carico d'ancoraggio, i valori massimi d'energia saranno tanto maggiori quanto più la curva di trazione presenta una "pancia" accentuata nel primo tratto, seguita da un andamento con inclinazione costante.

Un'impennata della curva di trazione nell'ultimo tratto segnala con certezza che l'arco viene teso oltre l'allungo per il quale è stato progettato, con il risultato di aumentare molto più lo sforzo dell'arciere di quanto non si migliori la velocità della freccia: il che comporta anche il rischio di danneggiare l'arco con un eccesso di sollecitazione.

Confrontando la Tav.1 con la Tav.2 si può notare che un arco ricurvo, presenta una curva di trazione con una "pancia" più accentuata rispetto ad un long-bow. Questo vantaggio è determinato dalla precarica offerta dalla retroversione dei flettenti a arco allentato, tipica degli archi ricurvi.

Osservando nuovamente la Fig.2 si può notare un altro vantaggio offerto dal flettente ricurvo in confronto a quello di un long-bow: mentre quest'ultimo, come aveva osservato Hickman, si curva su se stesso riducendo la lunghezza del suo flettente virtuale a 3/4 di quello reale, il primo si distende con il risultato di far percorrere al corno una curva di ampio raggio. Ciò consente di realizzare archi con il riser sufficientemente lungo da potervi ricavare la cosiddetta "finestra", senza peggiorare, anzi migliorando, le prestazioni rispetto a quelle di archi grandi come i long-bow. Il caso estremo è costituito dagli archi ricurvi, senza finestra, di tipo mongolo, nei quali il riser è praticamente assente: archi piccoli e leggeri, ma con prestazioni non inferiori a a quelle degli archi più grandi.



Tav.3 - Simulazione delle variazioni d'assetto in fase di carico (a sinistra) e in fase di scocco (a destra)

Un'applicazione del nostro modello sufficientemente interessante, è stata la determinazione dei successivi assetti geometrici che l'arco assume quando viene intassato e quando la freccia viene scoccata. Il risultato di questo lavoro viene mostrato nella Tav.3 dalla quale risulta evidente che il flettente inferiore ruota alquanto di più di quello superiore. Ne consegue che la coda della freccia scoccata percorre una curva tanto accentuata quanto maggiore è l'asimmetria dell'arco.

### UNA PROPOSTA

Ad un progettista che voglia massimizzare l'energia accumulata da un arco, i risultati forniti dal nostro modello suggerirebbero quindi le seguenti indicazioni:

- ✦ massimizzare la lunghezza dei flettenti virtuali a scapito della lunghezza del riser, e quindi ricorrere a flettenti reali molto ricurvi.
- ✦ disegnare il riser in modo da abbassare l'altezza della corda senza ridurre l'angolo tra corda e flettente ad arco scarico.
- ✦ dare ai flettenti il massimo possibile di precarica per aumentare il carico ai valori iniziali d'allungo.
- ✦ contenere l'angolo tra flettente e corda a fine trazione per ridurre l'innalzamento del carico ai valori finali d'allungo.
- ✦ avvicinare il più possibile il punto di perno ed il punto di rest alla mezzeria dell'arco per ridurre al minimo l'asimmetria.

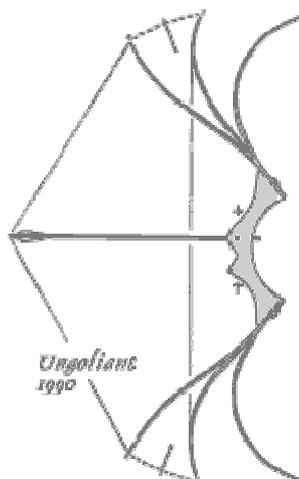
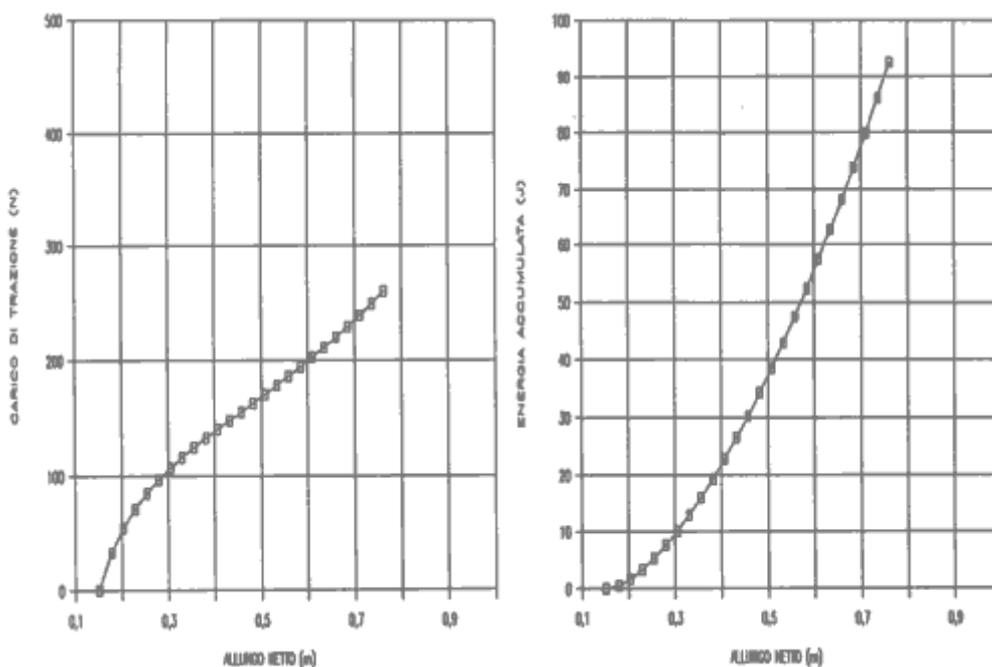


Fig.3 - Progetto di un arco ad elevata energia

Allo scopo di mostrare come l'applicazione di questi criteri possa influire sull'estetica e sulle prestazioni di un arco, abbiamo concepito un ipotetico progetto, qui proposto nella Fig.3, la cui validità è puramente teorica non essendo stata verificata la sua possibilità di realizzazione in termini di materiali e di stabilità dinamica. La Tav.4 mostra quali prestazioni di carico e di energia sono prevedibili per questo arco, qualora abbia dimensioni che lo facciano rientrare nella categoria degli archi da campagna, cioè: lunghezza della corda uguale a 59 pollici (1,5 m), carico di trazione all'allungo AMO standard di 28 pollici uguale a 50 libbre (222 newton).



Tav.4 - Curve di carico ed energia calcolate per l'arco della figura 3

All'allungo AMO di 30 pollici il rapporto tra energia accumulata e carico di trazione sarebbe per questo arco uguale a 0,34 J/N, cioè circa il 25% in più del long-bow e del ricurvo precedentemente citati; ciò comporterebbe una velocità d'uscita della freccia 12% maggiore, a parità di carico sostenuto dall'arciere. Come un compound.

**APPENDICE**

**Relazioni trigonometriche del modello**

- Angoli tra flettenti e corda

$$\beta_i = \arccos[ (b_i^2 + s_i^2 - r_i^2 - h^2 \pm 2 \cdot r_i \cdot h \cdot \cos \rho) / 2 \cdot b_i \cdot s_i ]$$

- Angoli tra corda e freccia

$$\alpha_i = \arccos[ (-b_i^2 + s_i^2 + r_i^2 + h^2 \pm 2 \cdot r_i \cdot h \cdot \cos \rho) / (2 \cdot s_i \cdot (r_i^2 + h^2 \pm 2 \cdot r_i \cdot h \cdot \cos \rho)^{1/2}) ] + \arctan[ (r_i \cdot \sin \rho) / (h \pm r_i \cdot \cos \rho) ]$$

\* Angoli tra dei flettenti e riser

$$\theta_i = \pi - \arccos[ (b_i^2 - s_i^2 + r_i^2 + h^2 \pm 2 \cdot r_i \cdot h \cdot \cos \rho) / (2 \cdot b_i \cdot (r_i^2 + h^2 \pm 2 \cdot r_i \cdot h \cdot \cos \rho)^{1/2}) ] + \arctan[ (h_i \cdot \sin \rho) / (r_i \pm h \cdot \cos \rho) ]$$

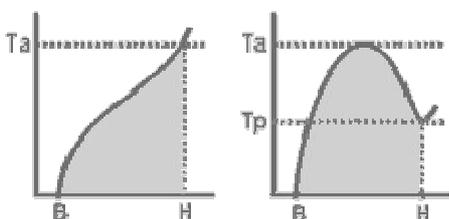
Per la soluzione del sistema costituito da queste formule è bene ricorrere ad un computer che calcoli con metodo iterativo quale angolo  $\rho = \text{B1RC}$  dia il valore:

$$\Gamma = \arctan[ e \cdot \sin \rho / (h + e \cdot \cos \rho) ]$$

tale che la somma vettoriale T delle forze U1 e U2 risulti in direzione del punto di perno, essendo:

$$U1 \cdot \sin(\alpha_1 + \Gamma) = U2 \cdot \sin(\alpha_2 - \Gamma)$$

A questo scopo è sufficiente utilizzare un "foglio elettronico" come Lotus 123 o Excell.



**BALISTICA INTERNA DELL'ARCO**  
( Pubblicato su *Arcieri* - dicembre 1991 )

**Alcune considerazioni di geometria e fisica, per descrivere quello che succede nell'arco al momento dello sgancio, determinando la velocità e la direzione della freccia.**

Il volo delle frecce é un problema di balistica e come tale va analizzato nei suoi tre aspetti di: **balistica interna** riguardante la fase del lancio; **balistica esterna** che tratta gli elementi della traiettoria; infine **balistica terminale** che studia la penetrazione nel bersaglio.

Le note raccolte in questa prima parte, si propongono di esporre i concetti specifici della balistica interna dell'arco, riassumendo le più semplici tra le relazioni di fisica e di geometria che consentono di analizzare con sufficiente approssimazione gli elementi che determinano la velocità e la direzione della freccia nell'istante in cui esce dall'arco.

Nel valutare tale grado di approssimazione si deve tener conto che i calcoli balistici dell'arco, così come quelli delle armi da fuoco, fanno frequente ricorso a coefficienti definiti in base a rilievi sperimentali che hanno una limitata rappresentatività. A causa di questo approccio eminentemente empirico, i simboli, le definizioni e le relazioni della balistica non hanno una rigorosa sistematicità. Può quindi accadere che alcuni concetti, non trovino sempre corrispondenze univoche confrontando studi e prontuari di diversa provenienza. Un'ulteriore motivo di disorientamento deriva dall'uso frequente di unità di misura non coerenti.

Per quanto riguarda i criteri adottati per la stesura di questo testo, va quindi segnalato che le formule sono state definite in coerenza con le unità di misura (metro, Kg.massa, secondo, newton, ecc.) stabilite dal Sistema Internazionale, eliminando così la necessità di far ricorso a fastidiose costanti di conversione.

Per l'articolazione dei concetti relativi al calcolo della velocità è stata invece seguita l'impostazione suggerita da Norb Mullaney nei suoi numerosi articoli pubblicati dalla rivista statunitense *Archery World*.

Per convertire in newton il carico dell'arco, tradizionalmente espresso in libbre, si ricorda che una 1 lb equivale a 4,45 N.

**L'ENERGIA ACCUMULATA DALL'ARCO**

Inevitabile punto di avvio di ogni studio sulle forze che agiscono nell'arco, è il cosiddetto **diagramma di trazione**, che viene tracciato rilevando con un dinamometro i valori di carico necessari per tendere l'arco alle varie misure d'allungo. Le due forme tipiche di questo diagramma sono quelle della Fig.1, relativa a un arco di tipo tradizionale (cioè ricurvo o long-bow), e della Fig.2 che caratterizza tutti gli archi compound.

- B = altezza della corda
- H = allungo d'ancoraggio
- Ta = carico d'ancoraggio
- Tp = carico di picco
- Wa = energia ccumulata

Oltre a fornire informazioni essenziali per la corretta messa a punto dell'arco, il diagramma di carico consente di calcolare l'energia accumulata  $W_a$ , la cui entità è uguale al lavoro compiuto dall'arciere e corrisponde all'integrale allungo-carico rappresentato dall'area tratteggiata delle figure. Il modo più semplice di eseguire il calcolo è quello di rilevare i valori di carico corrispondenti a misure d'allungo progressivamente incrementate di un valore costante (p.e. 20 mm) e quindi elaborare i dati così raccolti con la seguente formula:

$$(1) \quad W_a = (T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n) \cdot \bar{\Delta}$$

dove:

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

$T$  = valori progressivi del carico (N)

$\bar{\Delta}$  = incremento dell'allungo (m)

### IL RAPPORTO ENERGIA/CARICO

Poiché il grado di affaticamento percepito dall'arciere è determinato soprattutto dal carico che egli deve esercitare, si considera che un arco sia tanto migliore quanto maggiore è il suo rapporto tra l'energia accumulata e il carico massimo esercitato. Questo indice viene normalmente così definito:

$$(2a) \quad E = W_a / T_a \quad \text{per archi tradizionale}$$

$$(2b) \quad E = W_a / T_p \quad \text{per archi compound}$$

dove:

$E$  = rapporto energia/carico (J/N)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

$T_a$  = carico d'ancoraggio (N)

$T_p$  = carico di picco (N)

I valori tipici di  $E$  riscontrabili per le varie categorie di arco, sono quelli qui di seguito elencati. Confrontando le Figg.1 e 2, è facile comprendere perché i compound, a parità di carico, accumulano una maggiore quantità d'energia.

$$\begin{aligned} E &= 0,25 \text{ J/N} && \text{per archi long-bow} \\ &= 0,27 \text{ J/N} && \text{per archi ricurvi} \\ &= 0,32 \text{ J/N} && \text{per archi compound a eccentrici} \\ &= 0,38 \text{ J/N} && \text{per archi compound a camme} \\ &= 0,37 \text{ J/N} && \text{per archi compound a leve} \end{aligned}$$

La determinazione dell'**energia accumulata**, che è il primo problema della balistica interna di un arco, può quindi essere effettuata in modo accurato elaborando i dati forniti dalla curva di carico, oppure in modo approssimato moltiplicando il carico massimo per il valore  $E$  corrispondente al tipo di arco in questione.

### RENDIMENTO E MASSA VIRTUALE

Il secondo problema riguarda la determinazione del **rendimento** con cui l'energia accumulata dall'arco viene trasferita alla freccia in termini di energia cinetica. Conoscendo la massa della freccia e la sua velocità, il valore della energia cinetica può essere determinato con la formula:

$$(3) \quad W_f = M_f \cdot V^2 / 2$$

dove:

$W_f$  = energia cinetica della freccia (J)

$M_f$  = massa della freccia (kg)

$V$  = velocità della freccia (m/s)

Poiché l'energia cinetica  $W_f$  deriva dalla energia accumulata dall'arco, ne consegue che uno stesso arco scaglierà le frecce a velocità tanto maggiore quanto minore è la radice quadrata della loro massa  $M_f$ . Si deve però tener conto che a parità di energia accumulata, le velocità dipenderanno dalla capacità dell'arco di trasferire alla freccia la maggiore quantità possibile di quella energia. Questa importante qualità di un arco viene normalmente espressa come misura del suo rendimento:

$$(4) \quad R = 100 \cdot W_f / W_a$$

dove:

$R$  = rendimento dell'arco (%)

$W_f$  = energia cinetica della freccia (J)

$W_a$  = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

Effettuando misure di velocità con frecce di massa differente scagliate da uno stesso arco, si rileva che il rendimento non è costante, ma tende a migliorare aumentando la massa della freccia. Ciò viene spiegato dal fatto

che la minore velocità delle frecce pesanti comporta anche una minore velocità di movimento dei lembi e della corda dell'arco, con il risultato di ridurre l'energia dispersa. Per questo motivo si usa misurare le prestazioni di un arco in termini di rendimento, determinandone la cosiddetta **massa virtuale**, calcolando cioè la massa che muovendosi alla velocità della freccia, avrebbe un'energia cinetica uguale a quella dispersa dall'arco.

Questo approccio al problema del rendimento non tiene conto delle perdite di energia dovute agli attriti interni dell'arco. Questo fenomeno, detto "isteresi", è la causa della differenza di carico che il dinamometro registra per uno stesso allungo, secondo che la posizione venga raggiunta aumentando oppure diminuendo la tensione. Le perdite per attrito misurate in condizioni statiche, sono irrilevanti per gli archi tradizionali ma nei compound superano abitualmente il 6 %; tuttavia non comportano una uguale perdita dell'energia destinata alla freccia, perché in condizioni dinamiche la loro entità risulta tanto ridotta da potere essere trascurata.

Sono questi i motivi per cui si considera sufficiente esprimere tutte le perdite d'energia con l'unico parametro della massa virtuale dell'arco, la cui determinazione tuttavia conduce a risultati non perfettamente costanti. Il valore della massa virtuale viene quindi determinato come media di più dati, rilevati con frecce che abbiano masse diverse nell'ambito di una gamma adatta all'arco in questione. La formula di calcolo è la seguente:

$$(5) \quad Mv = Mf \cdot (Wa - Wf) / Wf$$

e di conseguenza il rendimento R, determinato dalla (4), può essere espresso anche mediante la relazione:

$$(6) \quad R = 100 \cdot Mf / (Mv + Mf)$$

dove:

R = rendimento dell'arco (%)

Mv = massa virtuale (kg)

Mf = massa della freccia (kg)

Wa = energia accumulata all'allungo d'ancoraggio (J)

Wf = energia cinetica della freccia (J)

I valori tipici della massa virtuale e del rendimento, riscontrabili per le varie categorie di arco sono i seguenti:

Mv = 20 g	R = 50-64 %	per archi long-bow
= 13 g	= 61-73 %	per archi ricurvi
= 10 g	= 67-78 %	per archi compound a eccentrici
= 11 g	= 65-76 %	per archi compound a camme
= 9 g	= 69-79 %	per archi compound a leve

### SPINE E ACCELERAZIONE

E' opportuno segnalare che la rilevazione delle velocità non fornisce dati coerenti quando si trascura di utilizzare frecce che abbiano una rigidità, cioè uno **spine**, adeguato all'arco, con la conseguenza di urti e frizioni che alterano i risultati. La lunghezza, il materiale, la dimensione dell'asta e il peso della punta devono quindi essere proporzionati all'accelerazione che la freccia subisce al momento dello sgancio. Il valore limite di tale accelerazione è calcolabile con la seguente formula in cui il valore del carico da immettere è quello d'ancoraggio anche per i compound, spiegando così il motivo per cui questi archi richiedono spine minori di quelli richiesti dagli archi tradizionali di pari libbraggio nominale:

$$(7) \quad a = Ta / Mf$$

dove:

a = accelerazione iniziale della freccia (m/s<sup>2</sup>)

Ta = carico d'ancoraggio (N)

Mf = massa della freccia (kg)

Questa formula non tiene conto dell'elasticità degli elementi in gioco, ma è sufficiente per stabilire che le accelerazioni di cui stiamo parlando sono qualche centinaio di volte maggiori di quella di gravità.

### LA VELOCITA' DELLA FRECCIA

La formula seguente, che riassume le (2a,b), (3) e (6), evidenzia il modo e la misura con cui i diversi fattori concorrono alla determinazione della **velocità iniziale** della freccia:

$$(8) \quad Vo = [ 2 \cdot ( T \cdot E ) / ( Mv + Mf ) ]^{1/2}$$

Per dare a questa formula un significato concreto si può evidenziare che in condizioni medie la velocità iniziale della freccia Vo aumenta del:

5% se il carico T (d'ancoraggio per gli archi tradizionali o di picco per i compound) è maggiorato del 10%.

5% se il valore E, che esprime l'energia che l'arco è in grado di incamerare a parità di carico, è maggiorata del

10%.

1% se la massa virtuale  $M_v$ , cioè la dispersione d'energia, viene ridotta del 10%.

4% se la massa della freccia  $M_f$  viene ridotta del 10%.

Utilizzando i valori standard di  $E$  e di  $M_v$  precedentemente riportati, si può compilare la seguente tabella che fornisce la velocità iniziale della freccia in funzione della sua massa e del carico di trazione dell'arco.

TABELLA DELLE VELOCITA' DELLE FRECCIE (m/s)																				
arco lb	peso della freccia in grammi																			
	20	25	30	35	20	25	30	35	20	25	30	35	20	25	30	35	20	25	30	35
40	47	44	42	40	54	50	47	45	62	57	53	50	66	61	57	54	67	62	58	55
42	48	46	43	41	55	52	48	46	63	58	55	52	68	63	59	56	69	64	60	56
44	49	47	44	42	57	53	50	47	65	60	56	53	69	64	60	57	71	65	61	57
46	51	48	45	43	58	54	51	48	66	61	57	54	71	66	62	58	72	67	62	59
48	52	49	46	44	59	55	52	49	68	62	58	55	72	67	63	59	74	68	64	60
50	53	50	47	45	60	56	53	50	69	64	60	56	74	69	64	61	75	70	65	61
52	54	51	48	46	62	57	54	51	70	65	61	57	75	70	65	62	77	71	66	62
54	55	52	49	47	63	58	55	52	72	66	62	58	77	71	67	63	78	72	68	64
56	56	53	50	48	64	60	56	53	73	68	63	60	78	73	68	64	80	74	69	65
58	57	54	51	48	65	61	57	54	74	69	64	61	80	74	69	65	81	75	70	66
60	58	54	52	49	66	62	58	55	75	70	65	62	81	75	70	66	83	76	71	67
	long-bow			archi ricurvi			compound a eccentrici			compound a camme			compound a leve							

Questa tabella conclude la serie di formule teoriche presentate nel testo, fornendo una sintesi di dati pratici. I valori in essa contenuti hanno ovviamente solo un valore indicativo, tuttavia possono costituire un standard di riferimento per valutare le prestazioni di un arco in termini di velocità della freccia.

Per fare un esempio: un arco ricurvo da 50 libbre dovrebbe essere in grado di scagliare una freccia da 30 g ad una velocità iniziale di circa 53 m/s, pari a 190 km/h.

### LA DIREZIONE DELLA FRECCIA

Resta ora da analizzare l'altra variabile che determina la traiettoria, cioè la direzione che la freccia assume all'istante in cui esce dall'arco. Il problema è abbastanza semplice e limitato a poche considerazioni geometriche, tuttavia non deve essere sottovalutato perché la mancanza di conoscenza di questi particolari può rendere incomprensibili certe apparenti anomalie di regolazione del mirino e certi dati sperimentali di tiro.

La figura seguente fornisce uno schema dell'assetto dell'arco limitato agli elementi che sono necessari per mettere in relazione la **linea di mira**, cioè la retta che unisce idealmente l'occhio al bersaglio, e la **linea di tiro** rappresentata dall'asse della freccia. Se la freccia non subisce perturbazioni nell'uscire dall'arco, la linea di tiro coincide con la **linea di proiezione**, che è la retta lungo la quale inizia effettivamente la traiettoria. L'angolo  $\alpha$  racchiuso tra la linea di mira e la linea di tiro viene chiamato **elevazione** (da non confondere con l'angolo di proiezione che invece è racchiuso tra la linea di tiro e l'orizzonte).

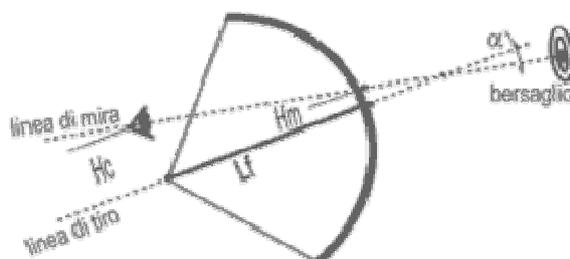


Fig.3 - Schema dell'assetto di mira

Misurando **altezza d'ancoraggio** e **altezza di mirino**, cioè le distanze che l'occhio dell'arciere e il punto di mira hanno rispetto all'asse della freccia, e conoscendo la lunghezza della freccia, approssimativamente uguale alla distanza tra la cocca e il mirino, si può definire l'angolo d'elevazione con la seguente formula:

$$(9) \alpha = \arctg [ ( H_c - H_m ) / L_f ]$$

dove:

- $\alpha$  = elevazione ( $^{\circ}$ )
- Hc = altezza d'ancoraggio (m)
- Hm = altezza di mirino (m)
- Lf = lunghezza della freccia (m)

Ciò significa che una minore elevazione rende più lungo il tratto di traiettoria che la freccia segue mantenendosi al di sotto della linea di mira. Uno studio accurato delle traiettorie che tenga conto di questo fatto, può spiegare l'assetto che deve avere il mirino in rapporto all'altezza d'ancoraggio praticato dall'arciere. In particolare, spiega come mai i punti di mira multipli di un mirino da caccia sono spesso in una progressione diversa da quanto ci si aspetterebbe.

Tutto ciò vale solo se l'arco è perfettamente regolato. Infatti un'errata posizione del punto d'incocco comporta inevitabilmente che la freccia esca dall'arco con la coda spostata verso l'alto o verso il basso. In questo caso l'impennaggio provvede a stabilizzare rapidamente l'assetto della freccia, ma ciò avviene quando questa si è ormai scostata dalla linea di tiro. In tal caso la linea di proiezione risulta parallela ma spostata più in basso o più in alto, più a destra o più a sinistra. Lo scostamento è proporzionale all'errore commesso e può essere superiore a 10 cm, sconvolgendo tutte le aspettative ricavate dai nostri calcoli.

Si può quindi concludere affermando che le conoscenze teoriche riguardanti la balistica dell'arco aiutano a capire i problemi connessi alla sua messa a punto e azionamento, ma possono costituire un vantaggio in termini agonistici solo se sono sostenute da una approfondita esperienza pratica.

## NOTE DI BALISTICA ESTERNA DELL'ARCO

( Pubblicato su *Arcieri* - dicembre 1992 con il titolo "La balistica dell'arco - 2" )

### Alcune considerazioni di geometria e fisica, per descrivere quello che succede alla freccia dal momento in cui lascia l'arco fino al suo impatto sul bersaglio.

Nella parte di queste note dedicata alla balistica interna dell'arco, sono state presentati alcuni semplici concetti e algoritmi che consentono di valutare gli elementi che determinano la velocità e la direzione della freccia nel momento in cui esce dall'arco.

In questa parte dedicata alla balistica esterna viene invece affrontato il problema del calcolo della traiettoria. Gli esempi di calcolo che concludono l'esposizione teorica, sono stati scelti al fine di dare risposta ad alcune domande che costituiscono un problema per il tiro con l'arco.

Per quanto riguarda l'esposizione dei concetti si è tenuto conto di quanto ha scritto G. A. Pignone nei suoi "Appunti di Balistica", pubblicati nel 1987, e dei criteri indicati dal "Manuale dell'Ingegnere" edito dalla Hoepli. Questi testi, rappresentativi di quella che nel calcolo balistico costituisce la scuola italiana, usano definizioni e formule non sempre coerenti con quanto è reperibile sulla letteratura d'oltre oceano.

### CALCOLO DELLA TRAIETTORIA NEL VUOTO

La **traiettoria** di un qualunque proiettile (e quindi anche quella di una freccia) è determinata dall'angolo di proiezione, dalla velocità iniziale, dalla forza di gravità e dalla resistenza dell'aria.

Se si considera nulla la resistenza dell'aria, l'insieme dei punti di una traiettoria, può essere facilmente descritto, nella sua forma più semplice, come risultato di due movimenti: uno a velocità costante lungo la retta di proiezione, l'altro uniformemente accelerato verso il basso secondo la legge di caduta dei gravi.

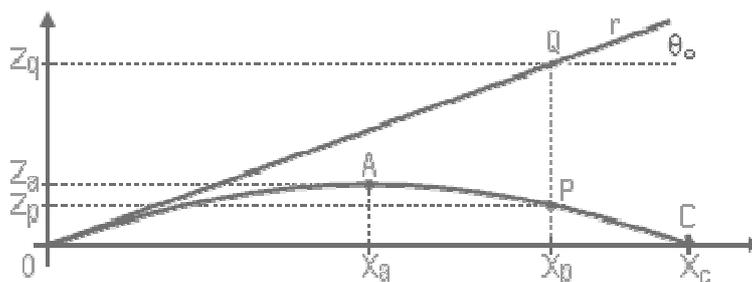


Fig.1 - Relazioni matematiche riferite alla traiettoria nel vuoto

La figura mostra in termini grafici ciò che viene espresso in termini matematici dalla seguente serie di equazioni:

$$(1) \quad P = (X_p, Z_p) \quad \begin{aligned} X_p &= \cos\theta_0 \cdot V_0 \cdot T \\ Z_p - Z_a &= \frac{1}{2} g \cdot T^2 \\ Z_p &= \sin\theta_0 \cdot V_0 \cdot T - \frac{1}{2} g \cdot T^2 \end{aligned}$$

La soluzione del sistema (1) porta all'equazione della traiettoria nel vuoto, corrispondente ad una parabola ad asse verticale.

$$(2) \quad Z_p = \operatorname{tg}\theta_0 \cdot X_p - (g \cdot X_p^2) / (2 \cdot \cos^2\theta_0 \cdot V_0)$$

Secondo la terminologia utilizzata in balistica, gli elementi introdotti nelle formule e nella figura precedenti hanno le seguenti denominazioni:

- Za = altezza del vertice della traiettoria (m)
- Zp = ordinata o altezza di un punto dato della traiettoria (m)
- Xp = ascissa di un punto dato della traiettoria (m)
- Xc = gittata (m)
- $\theta_0$  = angolo di proiezione o inclinazione iniziale (°)
- V<sub>0</sub> = velocità iniziale (m/s)
- C = punto di caduta
- A = vertice della traiettoria
- r = linea di proiezione
- T = tempo trascorso dalla proiezione (s)
- g = accelerazione di gravità (9.81 m/s<sup>2</sup>)

L'**angolo di proiezione** coincide con l'elevazione (presa in considerazione a proposito della balistica interna) solo nel caso specifico in cui la linea di mira è orizzontale.

La **gittata** può essere calcolata dalla (2) ponendo Z=0 e ricavando

$$(3) \quad X_c = \sin(2\theta_0) \cdot V_0^2 / g$$

il cui valore massimo, a parità di velocità iniziale, corrisponde ad un angolo di proiezione  $\theta_0=45^\circ$  ed è uguale a:

$$(4) \quad X_{\max} = V_0^2 / g$$

Poiché la traiettoria semplice è simmetrica, il suo **vertice** si trova nel punto mediano. L'altezza in corrispondenza del vertice è quindi calcolabile ponendo nella (2) un valore di X uguale alla metà della gittata calcolata con la (3), cioè:

$$(5) \quad X_a = X_c / 2 = \sin(2\theta_0) \cdot V_0^2 / 2g$$

$$(6) \quad Z_a = \sin^2\theta_0 \cdot V_0^2 / 2g = X_c \cdot \operatorname{tg}\theta_0 / 4$$

A parità di velocità iniziale, l'altezza del vertice risulta ovviamente massima per  $\theta_0=90^\circ$ , con un valore uguale alla metà della gittata massima.

$$(7) \quad Z_{\max} = V_0^2 / 2g$$

L'inclinazione della traiettoria nel punto P è determinabile calcolando la derivata dell'equazione (2):

$$(8) \quad dZ/dX = \operatorname{tg}\theta_p = \operatorname{tg}\theta_0 - g \cdot X / (\cos^2\theta_0 \cdot V_0^2)$$

Nell'ipotesi di assenza della resistenza dell'aria, l'**energia cinetica** iniziale E<sub>i</sub> non viene dispersa. Ne consegue che la velocità diminuisce fino al vertice della traiettoria e poi aumenta nuovamente: nella esatta misura in cui il proiettile acquisisce e successivamente perde l'**energia potenziale** commisurata alla altezza raggiunta rispetto al piano d'origine. Tutto questo viene espresso dalla formula:

$$(9) \quad E_i = m \cdot V_0^2 / 2 = m \cdot g \cdot Z_p + m \cdot V_p^2 / 2$$

dove:

E<sub>i</sub> = energia cinetica iniziale (J)

m = massa del proiettile (kg)

Dalla (9) si può quindi ricavare la seguente relazione che consente di calcolare la velocità in funzione della altezza:

$$(10) \quad V_p = [V_0^2 - 2g \cdot Z_p]^{1/2}$$

Fino qui sono esposte argomentazioni rintracciabili in qualunque testo di fisica delle scuole superiori: un poco più complicato è invece il calcolo della traiettoria reale.

### CALCOLO DELLA TRAIETTORIA REALE

La determinazione di una traiettoria reale che tenga conto della **resistenza dell'aria**, può essere affrontato con un

calcolo numerico iterativo che consideri la traiettoria come una successione di elementi minimi, per ciascuno dei quali sia possibile calcolare nuovamente l'ascissa, l'altezza, l'inclinazione e la velocità finali. Il calcolo risulta facilitato considerando elementi che abbiano uguale tempo di percorso  $T_e$ . Passando dal punto P al successivo punto P1 gli elementi della traiettoria possono allora essere così ricalcolati:

Tempo totale

$$(11) \quad T_{p1} = T_p + T_e$$

Ascissa

$$(12) \quad X_{p1} = X_p + \cos\theta_p \cdot V_p \cdot T_e$$

Altezza

$$(13) \quad Z_{p1} = Z_p + \sin\theta_p \cdot V_p \cdot T_e - g \cdot T_e^2 / 2$$

Inclinazione

$$(14) \quad \theta_{p1} = \arctg(\tan\theta_p - g \cdot (X_{p1} - X_p) / (\cos^2\theta_p \cdot V_p^2))$$

Velocità

$$(15) \quad V_{p1} = [ (V_p^2 - 2g \cdot (Z_{p1} - Z_p)) - \Gamma_p \cdot T_e ]^{1/2}$$

dove  $\Gamma$  è la decelerazione (o **ritardazione** come si dice in balistica) causata dalla resistenza dell'aria.

La formula usata nella meccanica dei fluidi per valutare la resistenza R espressa in newton, incontrata da un corpo con sezione S (m<sup>2</sup>) e **coefficiente di resistenza aerodinamica** CR (adimensionale) nello attraversare un fluido di massa specifica  $\gamma$  (kg/m<sup>3</sup>) alla velocità V (m/s) è:

$$(16) \quad R = CR \cdot \gamma \cdot S \cdot V^2 / 2$$

E' da notare che CR varia esso stesso in funzione della velocità, ma può essere considerato costante per variazioni di velocità che non comportano significativi cambiamenti nei regimi di turbolenza del fluido attraversato.

Essendo R e  $\Gamma$  ovviamente correlati dalla massa m (kg) del proiettile secondo la relazione  $R = m \cdot \Gamma$ , per un regime uniforme di velocità, la ritardazione  $\Gamma$  (m/s<sup>2</sup>) è così esprimibile:

$$(17) \quad \Gamma = CR \cdot \gamma \cdot S \cdot V^2 / 2m$$

ciò significa che a parità di altre condizioni la ritardazione diminuisce con l'aumentare della massa del proiettile e aumenta con l'aumentare della sua sezione.

Abitualmente si usa riassumere le caratteristiche che determinano le capacità penetranti del proiettile in un unico parametro CB detto **coefficiente balistico** (kg/m<sup>2</sup>), tale che:

$$(18) \quad CB = m / (CR \cdot S)$$

Di conseguenza la (17) può assumere la forma:

$$(19) \quad \Gamma = \gamma \cdot V^2 / 2CB$$

dalla quale risulta chiaramente che un proiettile con un maggiore coefficiente balistico fornisce una minore resistenza all'aria e quindi, a parità di altre condizioni, percorre una traiettoria più lunga.

## LA TRAIETTORIA DI UNA FRECCIA

Il calcolo relativo alla traiettoria delle frecce è facilitato dal fatto che la loro velocità non supera i 100 metri al secondo ed è quindi abbondantemente al di sotto delle velocità transoniche e supersoniche con cui è solita trattare la balistica delle armi da fuoco. In queste condizioni il coefficiente di resistenza aerodinamica CR può essere considerato costante.

Dai dati sperimentali delle traiettorie si possono ricavare i seguenti valori, calcolati trascurando l'ingombro delle penne nel definire il valore di S inserito nella formula (16):

CR = 1,6 per impennaggi con alette di plastica

CR = 1,9 per impennaggi con penne naturali.

Per calcolare con sufficiente approssimazione il coefficiente balistico CB di una freccia utilizzando la (18) occorre quindi determinare il valore S, limitatamente alla sezione dell'asta, e la massa totale m totale della freccia.

Per calcolare con la (19) la ritardazione  $\Gamma$  relativa alla velocità V espressa in m/s, occorre tener conto che il valore standard della massa specifica  $\gamma$  dell'aria a livello del mare viene convenzionalmente fissato a 1,225 kg/m<sup>3</sup>.

Il valore di  $\gamma$  rapportato a specifiche condizioni di temperatura t (°C), pressione atmosferica PA (millibar) e quota Q (m), può essere ricavato dalle apposite tabelle, oppure calcolato con la seguente formula approssimata:

$$(20) \quad \gamma = 0,35 (PA - (Q/10)) / (t + 273)$$

Facendo qualche conto si rileva che, a parità delle altre condizioni, una variazione di pressione da 980 a 1050 millibar comporta una variazione di  $\gamma$  dell'ordine del 7%, mentre una variazione di temperatura da 0° a 30°, oppure

variazione di quota da 0 a 1000 metri, generano una variazione di circa il 10%.

E' opportuno notare che la formula (20) non considera il tasso di umidità perché questo non ha praticamente influenza sul valore della massa specifica dell'aria.

Proveremo ora ad utilizzare queste indicazioni per effettuare alcuni calcoli di carattere pratico.

**ALCUNI ESEMPI DI CALCOLO**

Supponiamo di scegliere una freccia costituita dai componenti di cui indichiamo qui di seguito caratteristiche e massa:

asta in alluminio X7, formato 2114, lunghezza 30"	19,0 g
punta NIBB 9%	6,4 g
cocca 5/16	0,7 g
3 penne naturali da 5"	0,7 g

Questa freccia avrebbe una massa di circa 0,027 kg, una sezione dell'asta di 0,0000545 m<sup>2</sup> e quindi un coefficiente balistico, calcolabile con la (18), pari a 261 kg/m<sup>2</sup> in condizioni atmosferiche standard.

Le tabelle Easton suggeriscono che una freccia come questa é adatta per archi ricurvi 45# oppure per compound 55# (con eccentrici a ruota e let-off 50%). In base a quanto é stato detto nella prima parte di queste note, la velocità iniziale  $V_0$  potrebbe ragionevolmente essere di circa 50 m/s con l'arco ricurvo, e di 65 m/s con il compound.

Utilizzando un computer, che rende più sicuro e rapido il laborioso calcolo numerico iterativo necessario per determinare la traiettoria reale, si può dare risposta a molti quesiti che frequentemente accendono i discorsi dei cultori del tiro con l'arco.

Innanzitutto é opportuno verificare entro quali limiti il calcolo semplificato della traiettoria nel vuoto può essere utilizzato per valutare una traiettoria reale. Nella Fig.2 vengono messe a confronto le due traiettorie, calcolate nell'ipotesi di scagliare la freccia in questione alla velocità di 50 m/s e con un angolo di proiezione di 45°.

I dati di calcolo mostrano differenze sostanziali con scostamenti di:

- circa 15 cm d'altezza alla ordinata di 20 m
- circa 80 cm d'altezza alla ordinata di 40 m
- oltre 80 m nella gittata.

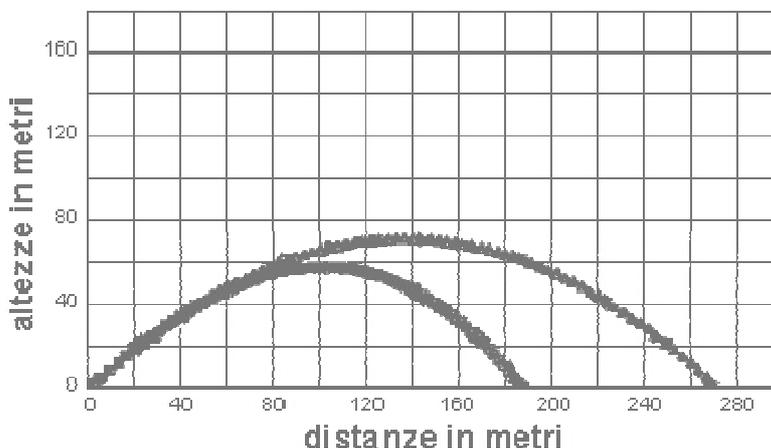


Fig.2 - Confronto tra la traiettoria teorica nel vuoto e quella reale

Facendo ora riferimento a quanto é stato detto a proposito della direzione della freccia, nel capitolo dedicato alla balistica interna, ipotizziamo ora il seguente assetto di mira:

altezza d'ancoraggio  $H_c = 110$  mm  
 altezza di mira  $H_m = 80$  mm

corrispondente ad una elevazione  $\alpha = 2,5^\circ$ . Le traiettorie ottenibili mirando in piano con i due archi presi in considerazione, sono quelle rappresentate nella figura seguente.

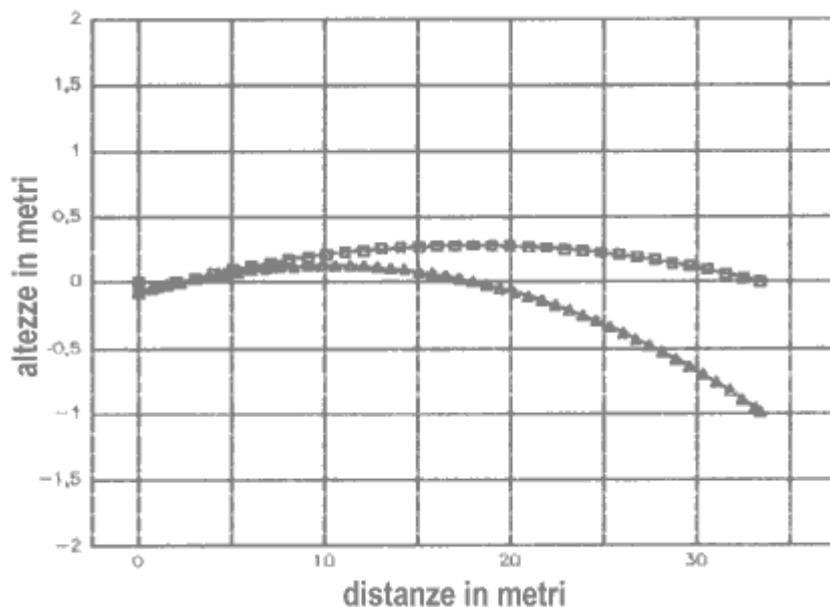


Fig.3 - Confronto tra un arco ricurvo da 45# e un compound 55#

La curvatura delle due traiettorie rappresentate nella Fig.3 risulta esasperata dalla differenza di scala tra ascisse e ordinate, differenza volutamente adottata per meglio evidenziare quanto un compound sia in grado di realizzare traiettoria più tese di quelle ottenibili con un arco ricurvo. Dalla Fig.3 si può inoltre osservare come la freccia inizi il suo volo sotto la linea di mira che unisce il bersaglio all'occhio dell'arciere; questa osservazione rende ancora più evidente quanto è già stato detto nel capitolo precedente, a proposito della sequenza dei punti di regolazione del mirino in funzione delle distanze di tiro.

Come ultima esercitazione di calcolo viene riproposta nella prossima figura, la traiettoria relativa all'arco ricurvo già presentata nell'esercizio precedente, confrontata con le due traiettorie ottenibili con lo stesso assetto di mira, variato di 20° rispettivamente verso l'alto e verso il basso.

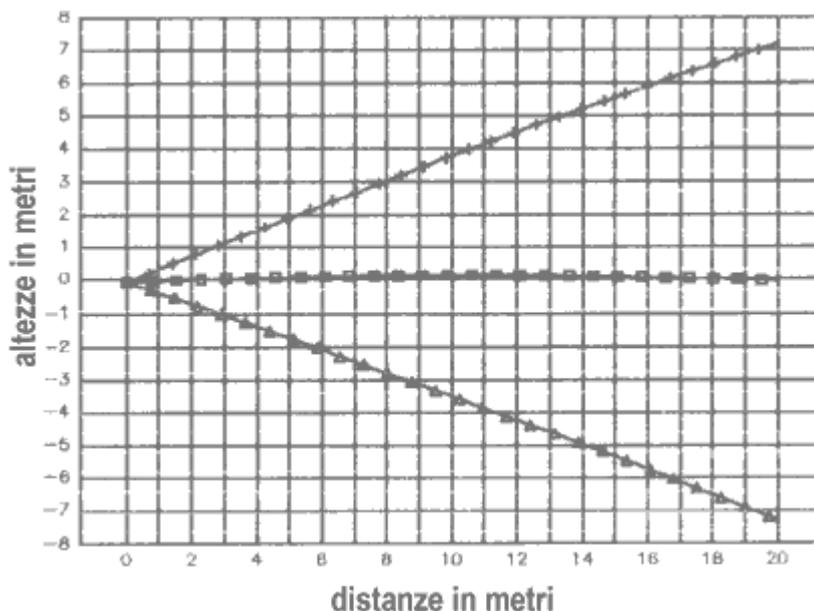


Fig.4 - Confronto tra traiettorie verso l'alto e verso il basso

Quanto risulta dalla Fig.4 sembra dare torto, almeno sulle brevi distanze, a chi sostiene che nei tiri indirizzati a bersagli sopraelevati si debba mirare più in alto di quanto non si farebbe se fossero alla stessa distanza ma in piano, «perché la freccia fa fatica a salire».

Evidentemente in questi casi, più della cinematica, conta l'abilità dell'arciere nel mantenere una corretta positura delle spalle..

## ROTAZIONE DELLA FRECCIA

Per concludere esaminiamo ora un elemento del calcolo della traiettoria che è interessante per la quantità di discussioni che alimenta tra gli arcieri: parliamo cioè degli **impennaggi inclinati** che dovrebbero imprimere alla freccia una rotazione stabilizzante, così come la rigatura elicoidale della canna delle armi da fuoco stabilizza la traiettoria del proiettile.

Per dare un giudizio sull'utilità di questa soluzione è opportuno valutare quale è la velocità di rotazione che si ottiene e quanta sia l'**energia dispersa** a scapito della velocità della freccia. Le formule necessarie per fare questi calcoli sono semplici.

Il tratto percorso dalla freccia in una rotazione è:

$$(21) \quad L = \pi \cdot D_f / \operatorname{tg} \beta$$

e quindi la frequenza della rotazione è:

$$(22) \quad n = V / L = V \cdot \operatorname{tg} \beta / (\pi \cdot D_f)$$

dove:

$\beta$  = angolo d'inclinazione delle penne (°)

$D_f$  = diametro esterno dell'asta (m)

$V$  = velocità della freccia (m/s)

$L$  = percorso della freccia in una rotazione (m)

$n$  = numero di giri al secondo ( $s^{-1}$ )

Ponendo per semplicità che la massa della freccia  $m$  (kg) sia concentrata ad una distanza dall'asse di rotazione pari alla metà del diametro esterno dell'asta, si può calcolare:

$$(23) \quad V_r = \beta \cdot D_f \cdot n = v \cdot \operatorname{tg} \beta$$

e quindi:

$$(24) \quad W_r = \sim \frac{1}{2} m \cdot V_r^2 = m \cdot V^2 \cdot \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \beta$$

dove:

$W_r$  = l'energia cinetica di rotazione (J)

$V_r$  = velocità periferica (m/s):

Poiché l'energia cinetica di traslazione della freccia  $W_f$  (J) è:

$$(25) \quad W_f = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

si può dedurre che:

$$(26) \quad W_r / W_f = \sim \operatorname{tg}^2 \beta$$

Se si suppone che mediamente siano:

$$\beta = 2^\circ \quad ; \quad D_f = 8 \text{ mm} \quad ; \quad V = 60 \text{ m/s}$$

risulterebbero i seguenti valori indicativi:

$$L = \text{percorso della freccia in una rotazione} = \sim 0,7 \text{ m}$$

$$n = \text{numero di giri al secondo} = \sim 85 \text{ s}^{-1}$$

$$W_r / W_f = \text{percentuale di energia assorbita} = \sim 0,1 \%$$

tenendo conto che i proiettili delle armi da fuoco ruotano migliaia di volte al secondo, si può sostenere che le penne inclinate siano utili solo per le frecce con punte da caccia che tendono a planare; ma è altrettanto vero che il consumo d'energia determinato dalla rotazione è talmente irrisorio da non costituire comunque un problema di cui ci si debba preoccupare.

## BIBLIOGRAFIA anni'80

---

- ✦ Giacomo A. Pignone, *Appunti di Balistica*, Olimpia, Firenze, 1987
- ✦ 'Nuovo Colombo', *Manuale dell'Ingegnere*, 81°ed., Hoepli Milano, 1986
- ✦ Norb Mullaney, *How and Why Archery World Bow Test are Conducted*, in *Archery World*, novembre 1975
- ✦ P.Baier, J. Bower, C.R. Fowkes, *Instructor's Manual*, 3°ed., The National Archery Association, 1982
- ✦ Larry Wise, *Tuning your Compound Bow*, Target Communications, 1985
- ✦ G. Fred Asbell, *Instinctive Shooting*, Asbell, 1988
- ✦ FITARCO, *Arco Nudo*, dispensa dattiloscritta, 1989
- ✦ Easton Aluminum, *Bowhunting*, 1990
- ✦ Easton Aluminum, *Target Archery*, 1990

## ARCHIVIO in rete

---

- Outlab, *Calcolo delle traiettorie*, 1992 (Xls 28k)
- Clarence N. Hickman, *The Dynamics of a Bow and Arrow*, in *Journal of Applied Physics*, giugno 1937 (Pdf 305k)
- AMO, *Standards of the Archery Manufacturers Organization* (Pdf 404k)
- Norb Mullaney, *Proposal for a AMO Rating Velocity Test*, dattiloscritto, novembre 1981 (Pdf 168k)